2021-2022学年四川省成都外国语学校高一（上）月考数学试卷（10月份）

一、单选题（共12小题，每小题5分，共60分）.

1．已知全集$A=\{x|2\leqslant x\leqslant 5\}$，集合$B=\{1，3，4，5\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．{1，3，4，5}　　B．{1，2，3，4}　　C．{3，4，5}　　D．{2，4，5}

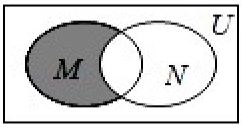
2．已知集合$A=\{x|x^2+x=0，x\in \mathbf{R}\}$，则集合$A$的非空子集个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．已知函数$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}，x\geqslant 2，\\ 3-x，x<2，\end{cases}$则$f(\pi)$等于（　　）

A．$3-\pi$　　B．$\pi-3$　　C．0　　D．$\sqrt{\pi}$

4．设全集$U=R$，$M=\{x|x(x+3)<0\}$，$N=\{x|x<-1\}$，则图中阴影部分表示的集合为（　　）



A．$\{x|x\geqslant -1\}$　　B．$\{x|-3<x<0\}$　　C．$\{x|x\leqslant -3\}$　　D．$\{x|-1\leqslant x<0\}$

5．函数$f(x)=\frac{(x-3)^0}{\sqrt{x-2}}$的定义域为（　　）

A．$[2，+\infty)$　　B．$(2，+\infty)$

C．$(2，3)\cup(3，+\infty)$　　D．$[2，3)\cup(3，+\infty)$

6．已知函数$f(x-\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}$，则$f(\frac{2}{3})=$（　　）

A．$\frac{22}{9}$　　B．4　　C．$\frac{7}{2}$　　D．$\frac{97}{36}$

7．函数$f(x)=ax^2+(2+a)x+1$是偶函数，则函数$f(x)$的单调递增区间为（　　）

A．$(-\infty，0]$　　B．$[0，+\infty)$　　C．$(-\infty，+\infty)$　　D．$(-\infty，-1]$

8．定义在$\mathbf{R}$上的偶函数$f(x)$满足对任意的x_1，$x_2\in(-\infty，0]$$(x_1\neq x_2)$，有$f(3)=0$，且$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$，则不等式$\frac{f(x)+f(-x)}{3x}<0$的解集是（　　）

A．$(-\infty，-3)\cup(3，+\infty)$　　B．$(-3，0)\cup(3，+\infty)$

C．$(-\infty，-3)\cup(0，3)$　　D．$(-3，0)\cup(0，3)$

9．已知集合$\{a，b，c\}=\{0，1，2\}$，且下列三个关系：①$a\neq 2$；②$b=2$；③$c\neq 0$，有且只

有一个正确，则 $100a+10b+c=$（　　）

A．12　　B．21　　C．102　　D．201

10．$f(x)$ 满足对任意的实数 a，b 都有 $f(a+b)=f(a)\cdot f(b)$，且 $f(1)=2$，则 $\frac{f(2)}{f(1)}+\frac{f(4)}{f(3)}+\frac{f(6)}{f(5)}+\cdots+\frac{f(2022)}{f(2021)}=$（　　）

A．2022　　B．4044　　C．1011　　D．2021

11．德国著名数学家狄利克雷在数学领域成就显著，以其命名的函数 $f(x)=\begin{cases}1, & x\in Q\\ 0, & x\in C_RQ\end{cases}$ 被称为狄利克雷函数，其中 R 为实数集，Q 为有理数集，以下命题正确的个数是（　　）

下面给出关于狄利克雷函数 $f(x)$ 的五个结论：

①对于任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(f(x))=1$；

②函数 $f(x)$ 偶函数；

③函数 $f(x)$ 的值域是 $\{0,1\}$；

④若 $T\neq0$ 且 T 为有理数，则 $f(x+T)=f(x)$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立；

⑤在 $f(x)$ 图象上存在不同的三个点 A，B，C，使得△ABC 为等边三角形．

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

12．函数 $f(x)=\sqrt{-x^2+bx+c}$ 的定义域为 D，对于 D 内的任意 x 都有 $f(-1)\leqslant f(x)\leqslant f(1)$ 成立，则 $b\cdot c+f(3)$ 的值为（　　）

A．6　　B．0

C．5　　D．以上答案均不正确

二、填空题（每题 5 分）

13．方程 $x^2+6x+p=0$ 的解集为 M，方程 $x^2+qx-6=0$ 的解集为 $\mathbf{N}$，且 $M\cap\mathbf{N}=\{1\}$，那么 $p+q=$_______．

14．已知函数 $f(x)=x^3+\frac{1}{x}+1$（$x\in\mathbf{R}$），若 $f(a)=2$，则 $f(-a)=$_____．

15．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-ax-5, & (x\leqslant1)\\ \frac{a}{x} & (x>1)\end{cases}$ 是 R 上的增函数，则 a 的取值范围是____________．

16．设 $n(S)$ 表示集合 S 中元素的个数，定义 $A*B=\begin{cases}n(A), & n(A)\geqslant n(B),\\ n(B), & n(A)<n(B).\end{cases}$ 已知 $A=\{x||x$

$-a|=1\}$，$B=\{x||x^2-2x-3|=a^2-a\}$，若 $A*B=2$，则实数 a 的取值范围为 ________.

三、解答题

17．已知全集为 R，集合 $A=\{x|x^2-5x+6\geqslant 0\}$，集合 $B=\{x||x+1|<3\}$．求：

（Ⅰ）$A\cup B$；

（Ⅱ）（$\complement_R A$）$\cap B$.

18．已知集合 $A=\{x|\frac{x+1}{x-3}\leqslant 0\}$，$B=\{x|x^2-(m-1)x+m-2\leqslant 0\}$．

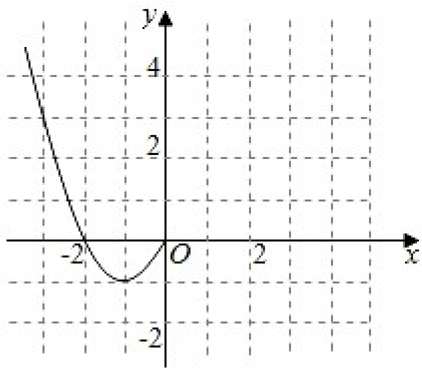
（1）若 $A\cup[a,b]=[-1,4]$，求实数 a，b 满足的条件；

（2）若 $A\cup B=A$，求实数 m 的取值范围．

19．已知函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，且当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=x^2+2x$，现已画出函数 $f(x)$ 在 y 轴左侧的图象，如图所示，请根据图象．

（1）补充完整图像，写出函数 $f(x)$（$x\in$**R**）的解析式和其单调区间；

（2）若函数 $g(x)=f(x)-2ax+1$（$x\in[1,2]$），求函数 $g(x)$ 的最小值．



20．某旅游区提倡低碳生活，在景区提供自行车出租．该景区有 50 辆自行车供游客租赁使用，管理这些自行车的费用是每日 115 元．根据经验，若每辆自行车的日租金不超过 6 元，则自行车可以全部租出；若超出 6 元，则每超过 1 元，租不出的自行车就增加 3 辆．为了便于结算，每辆自行车的日租金 x（元）只取整数，并且要求出租自行车一日的总收入必须高于这一日的管理费用，用 y（元）表示出租自行车的日净收入（即一日中出租自行车的总收入减去管理费用后的所得）．

（1）求函数 $y=f(x)$ 的解析式及其定义域；

（2）试问当每辆自行车的日租金定为多少元时，才能使一日的净收入最多？

21．设关于 x 的方程 $x^2-mx-1=0$ 有两个实根 α，β，且 α＜β．定义函数 $f(x)=\frac{2x-m}{x^2+1}$.

（1）当 α＝－1，β＝1 时，判断 $f(x)$ 在 **R** 上的单调性，并加以证明；

（2）求 $\alpha f(\alpha)+\beta f(\beta)$ 的值．

22．定义域为 **R** 的函数 $f(x)$ 满足：对于任意的实数 x，y 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 成立，且当 $x<0$ 时，$f(x)>0$ 恒成立，且 $nf(x)=f(nx)$．（n 是一个给定的正整数）．

（1）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并证明你的结论；

（2）证明 $f(x)$ 为减函数；若函数 $f(x)$ 在 $[-2，5]$ 上总有 $f(x)\leqslant 10$ 成立，试确定 $f(1)$ 应满足的条件；

（3）当 $a<0$ 时，解关于 x 的不等式 $\frac{1}{n}f(ax^2)-nf(x)>\frac{1}{n}f(a^2x)-nf(a)$．

参考答案

一、单选题（每题 5 分）

1．已知全集 $A=\{x|2\leqslant x\leqslant 5\}$，集合 $B=\{1，3，4，5\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．{1，3，4，5}　　B．{1，2，3，4}　　C．{3，4，5}　　D．{2，4，5}

【分析】利用交集运算即可求解．

解：∵$A=\{x|2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{1，3，4，5\}$，

则 $A\cap B=\{3，4，5\}$，

故选：C．

2．已知集合 $A=\{x|x^2+x=0，x\in\mathbf{R}\}$，则集合 A 的非空子集个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【分析】先求出集合 A，再利用集合非空子集个数为（2^n-1）个即可求解．

解：集合 $A=\{x|x^2+x=0，x\in\mathbf{R}\}=\{0，1\}$，

集合 A 的非空子集个数是 $2^2-1=3$，

故选：C．

3．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geqslant 2,\\ 3-x, & x<2,\end{cases}$ 则 $f(\pi)$ 等于（　　）

A．$3-\pi$　　B．$\pi-3$　　C．0　　D．$\sqrt{\pi}$

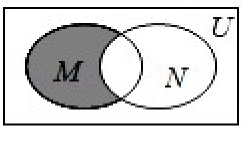
【分析】利用分段函数的解析式，求解函数值即可．

解：函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geqslant 2,\\ 3-x, & x<2,\end{cases}$

则 $f(\pi)=\sqrt{\pi}$．

故选：D．

4．设全集 $U=R$，$M=\{x|x(x+3)<0\}$，$N=\{x|x<-1\}$，则图中阴影部分表示的集合为（　　）



A．$\{x|x\geqslant -1\}$　　B．$\{x|-3<x<0\}$　　C．$\{x|x\leqslant -3\}$　　D．$\{x|-1\leqslant x<0\}$

【分析】首先化简集合 M，然后由 $Venn$ 图可知阴影部分表示 $M\cap(\complement_U N)$，即可得出答

案．

解：$M=\{x|x(x+3)<0\}=\{x|-3<x<0\}$

由图象知，图中阴影部分所表示的集合是$M\cap(\complement_U N)$

又$N=\{x|x<-1\}$，

$\therefore \complement_U N=\{x|x\geqslant -1\}$

$\therefore M\cap(\complement_U N)=[-1,0)$

故选：D．

5．函数$f(x)=\dfrac{(x-3)^0}{\sqrt{x-2}}$的定义域为（　　）

A．$[2,+\infty)$　　　　B．$(2,+\infty)$

C．$(2,3)\cup(3,+\infty)$　　　　D．$[2,3)\cup(3,+\infty)$

【分析】根据函数$f(x)$的解析式，列出使解析式有意义的不等式组，求解集即可．

解：函数$f(x)=\dfrac{(x-3)^0}{\sqrt{x-2}}$中，

令$\begin{cases}x-3\neq 0\\x-2>0\end{cases}$，

解得$x>2$且$x\neq 3$；

所以$f(x)$的定义域为$(2,3)\cup(3,+\infty)$．

故选：C．

6．已知函数$f(x-\dfrac{1}{x})=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，则$f(\dfrac{2}{3})=$（　　）

A．$\dfrac{22}{9}$　　B．4　　C．$\dfrac{7}{2}$　　D．$\dfrac{97}{36}$

【分析】求出函数的解析式，然后求解函数值即可．

解：函数$f(x-\dfrac{1}{x})=x^2+\dfrac{1}{x^2}=(x-\dfrac{1}{x})^2+2$，

所以$f(x)=x^2-2$，

$f(\dfrac{2}{3})=\dfrac{4}{9}+2=\dfrac{22}{9}$．

故选：A．

7．函数$f(x)=ax^2+(2+a)x+1$是偶函数，则函数$f(x)$的单调递增区间为（　　）

A．$(-\infty,0]$　　B．$[0,+\infty)$　　C．$(-\infty,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1]$

【分析】先由偶函数定义求出a，然后结合二次函数的单调性可求．

解：∵$f(x)=ax^2+(2+a)x+1$ 是偶函数，

∴$f(-x)=f(x)$ 恒成立，

即 $ax^2+(2+a)x+1=ax^2-(2+a)x+1$，

整理得，$(2+a)x=0$，

故 $a=-2$，此时 $f(x)=-2x^2+1$ 的单调递增区间 $(-\infty, 0]$.

故选：A.

8．定义在 **R** 上的偶函数 $f(x)$ 满足对任意的 x_1，$x_2\in(-\infty, 0]$ $(x_1\neq x_2)$，有 $f(3)=0$，且 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$，则不等式 $\frac{f(x)+f(-x)}{3x}<0$ 的解集是（　　）

A．$(-\infty, -3)\cup(3, +\infty)$　　B．$(-3, 0)\cup(3, +\infty)$

C．$(-\infty, -3)\cup(0, 3)$　　D．$(-3, 0)\cup(0, 3)$

【分析】根据已知可得函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减，由 $f(x)$ 为偶函数，可得 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，进而可得 $f(3)=f(-3)=0$，然后利用单调性即可求解不等式.

解：由对任意的 x_1，$x_2\in(-\infty, 0]$ $(x_1\neq x_2)$，$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$，可知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减，

因为 $f(x)$ 为偶函数，

所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，

因为 $f(3)=0$，所以 $f(-3)=f(3)=0$，

所以当 $x<-3$ 或 $x>3$ 时，$f(x)>0$，当 $-3<x<3$ 时，$f(x)<0$，

不等式 $\frac{f(x)+f(-x)}{3x}<0$ 可转化为 $\frac{2f(x)}{3x}<0$，

所以 $\begin{cases}f(x)>0\\x<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}f(x)<0\\x>0\end{cases}$，

所以 $x<-3$ 或 $0<x<3$.

故选：C.

9．已知集合 $\{a, b, c\}=\{0, 1, 2\}$，且下列三个关系：①$a\neq2$；②$b=2$；③$c\neq0$，有且只有一个正确，则 $100a+10b+c=$（　　）

A．12　　B．21　　C．102　　D．201

【分析】根据集合相等的条件，列出 a、b、c 所有的取值情况，再判断是否符合条件，求出 a、b、c 的值后代入式子求值.

解：由$\{a，b，c\}=\{0，1，2\}$得，a、b、c 的取值有以下情况：

当 $a=0$ 时，$b=1$、$c=2$ 或 $b=2$、$c=1$，此时不满足条件；

当 $a=1$ 时，$b=0$、$c=2$ 或 $b=2$、$c=0$，此时不满足条件；

当 $a=2$ 时，$b=1$、$c=0$，此时不满足条件；

当 $a=2$ 时，$b=0$、$c=1$，此时满足条件；

综上得，$a=2$、$b=0$、$c=1$，代入 $100a+10b+c=200+1=201$，

故选：D.

10．$f(x)$ 满足对任意的实数 a，b 都有 $f(a+b)=f(a)\bullet f(b)$，且 $f(1)=2$，则 $\frac{f(2)}{f(1)}+\frac{f(4)}{f(3)}+\frac{f(6)}{f(5)}+\cdots+\frac{f(2022)}{f(2021)}=$（　　）

A．2022　　B．4044　　C．1011　　D．2021

【分析】由已知可得，$\frac{f(a+1)}{f(a)}=f(1)=2$，代入即可求解.

解：因为 $f(x)$ 满足对任意的实数 a，b 都有 $f(a+b)=f(a)\bullet f(b)$，且 $f(1)=2$，

所以$\frac{f(a+1)}{f(a)}=f(1)=2$，

则$\frac{f(2)}{f(1)}+\frac{f(4)}{f(3)}+\frac{f(6)}{f(5)}+\cdots+\frac{f(2022)}{f(2021)}=1011\times2=2022$.

故选：A.

11．德国著名数学家狄利克雷在数学领域成就显著，以其命名的函数$f(x)=\begin{cases}1, & x\in Q\\0, & x\in C_RQ\end{cases}$被称为狄利克雷函数，其中 R 为实数集，Q 为有理数集，以下命题正确的个数是（　　）

下面给出关于狄利克雷函数 $f(x)$ 的五个结论：

①对于任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(f(x))=1$；

②函数 $f(x)$ 偶函数；

③函数 $f(x)$ 的值域是$\{0，1\}$；

④若 $T\neq0$ 且 T 为有理数，则 $f(x+T)=f(x)$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立；

⑤在 $f(x)$ 图象上存在不同的三个点 A，B，C，使得$\triangle ABC$ 为等边三角形.

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

【分析】①根据函数的对应法则，可得不管 x 是有理数还是无理数，均有 $f(f(x))=1$；

②根据函数奇偶性的定义，可得 f（x）是偶函数；③根据函数表达式，值域为{0，1}；

④根据函数的表达式，结合有理数和无理数的性质；⑤取 $x_1=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$x_2=0$，$x_3=\frac{\sqrt{3}}{3}$，可得 A（$\frac{\sqrt{3}}{3}$，0），B（0，1），C（$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，0），三点恰好构成等边三角形

解：①∵当 x 为有理数时，f（x）=1；当 x 为无理数时，f（x）=0

∴当 x 为有理数时，f（f（x））=f（1）=1；当 x 为无理数时，f（f（x））=f（0）=1

即不管 x 是有理数还是无理数，均有 f（f（x））=1，故①正确；

②∵有理数的相反数还是有理数，无理数的相反数还是无理数，

∴对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 f（$-x$）=f（x），故②正确；

③函数 f（x）的值域是{0，1}；③正确；

④若 x 是有理数，则 $x+T$ 也是有理数；若 x 是无理数，则 $x+T$ 也是无理数

∴根据函数的表达式，任取一个不为零的有理数 T，f（$x+T$）=f（x）对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，故④正确；

⑤取 $x_1=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$x_2=0$，$x_3=\frac{\sqrt{3}}{3}$，可得 f（x_1）=0，f（x_2）=1，f（x_3）=0

∴A（$\frac{\sqrt{3}}{3}$，0），B（0，1），C（$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，0），恰好△ABC 为等边三角形，故⑤正确.

故选：D.

12．函数 f（x）=$\sqrt{-x^2+bx+c}$的定义域为 D，对于 D 内的任意 x 都有 f（-1）≤f（x）≤f（1）成立，则 $b\bullet c+f$（3）的值为（　　）

A．6　　　　B．0

C．5　　　　D．以上答案均不正确

【分析】由题意可得 $x^2-bx-c\leqslant 0$，由对于 D 内的任意 x 都有 f（-1）≤f（x）≤f（1）成立，可得 f（1）为最大值，且 1 为二次函数 $y=x^2-bx-c$ 的对称轴，f（-1）为最小值 0，可得 c，b 的方程组，求得 b，c，即可得到所求和.

解：函数 f（x）=$\sqrt{-x^2+bx+c}$有意义，

可得 $-x^2+bx+c\geqslant 0$，

即为 $x^2-bx-c\leqslant 0$，

由对于 D 内的任意 x 都有 f（-1）≤f（x）≤f（1）成立，

可得 f（1）为最大值，f（-1）为最小值 0，

则$\frac{1}{2}b=1$，$-1-b+c=0$，

解得 $b=2$，$c=3$，

$f(x)=\sqrt{-x^2+2x+3}$，

$bc+f(3)=6+\sqrt{-9+6+3}=6$，

故选：A．

二、填空题（每题 5 分）

13．方程 $x^2+6x+p=0$ 的解集为 M，方程 $x^2+qx-6=0$ 的解集为 $\mathbf{N}$，且 $M\cap\mathbf{N}=\{1\}$，那么 $p+q$ $=$__-2__．

【分析】利用 $M\cap\mathbf{N}=\{1\}$，求出 p 与 q 的值，然后求解 $p+q$ 的值．

解：因为 $M\cap\mathbf{N}=\{1\}$，所以 $x=1$ 是两个方程的根，

所以方程 $x^2+6x+p=0$ 化为 $1+6+p=0$，$p=-7$；

方程 $x^2+qx-6=0$ 化为 $1+q-6=0$，$\therefore q=5$，

所以 $p+q=-2$．

故答案为：-2．

14．已知函数 $f(x)=x^3+\frac{1}{x}+1$（$x\in\mathbf{R}$），若 $f(a)=2$，则 $f(-a)=$__0__．

【分析】根据题意，由函数的解析式可得 $f(x)+f(-x)=2$，据此分析可得答案．

解：根据题意，函数 $f(x)=x^3+\frac{1}{x}+1$（$x\in\mathbf{R}$），则 $f(-x)=-x^3-\frac{1}{x}+1$，

则有 $f(x)+f(-x)=2$，

若 $f(a)=2$，则 $f(-a)=0$；

故答案为：0．

15．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-ax-5,&(x\leqslant 1)\\ \frac{a}{x}&(x>1)\end{cases}$ 是 R 上的增函数，则 a 的取值范围是__$[-3,-2]$__．

【分析】要使函数在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，须有 $f(x)$ 在 $(-\infty,1]$上递增，在 $(1,+\infty)$ 上递增，且 $-1^2-a\times 1-5\leqslant\frac{a}{1}$，由此可得不等式组，解出即可．

解：要使函数在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，须有 $f(x)$ 在 $(-\infty,1]$上递增，在 $(1,+\infty)$ 上递增，且 $-1^2-a\times 1-5\leqslant\frac{a}{1}$，

所以有$\begin{cases}-\frac{a}{2}\geqslant 1\\ a<0\\ -1^2-a\times 1-5\leqslant \frac{a}{1}\end{cases}$，解得﹣3≤$a$≤﹣2，

故 a 的取值范围为[﹣3，﹣2].

故答案为：[﹣3，﹣2].

16．设 n（S）表示集合 S 中元素的个数，定义 $A*B=\begin{cases}n(A), & n(A)\geqslant n(B),\\ n(B), & n(A)<n(B).\end{cases}$ 已知 $A=\{x||x-a|=1\}$，$B=\{x||x^2-2x-3|=a^2-a\}$，若 $A*B=2$，则实数 a 的取值范围为 <u>（﹣∞，1]∪（5，+∞）</u>．

【分析】化简集合 A，可得 n（A）＝2，作出函数 $y=|x^2-2x-3|$的图象，讨论 $a<1$，$a=1$，$1<a<5$，$a=5$，$a>5$，即可得到集合 B 的个数，进而得到所求 a 的范围．

解：$A=\{x||x-a|=1\}=\{a-1, a+1\}$，可得 n（A）＝2，

作出函数 $y=|x^2-2x-3|$的图象，可得

当 $a-1<0$，即 $a<1$，方程$|x^2-2x-3|=a-1$ 无实数解，n（B）＝0；

当 $a-1=0$，即 $a=1$，方程$|x^2-2x-3|=a-1$ 的解为﹣1，3，n（B）＝2；

当 $0<a-1<4$，即 $1<a<5$ 时，方程$|x^2-2x-3|=a-1$ 解的个数为 4，

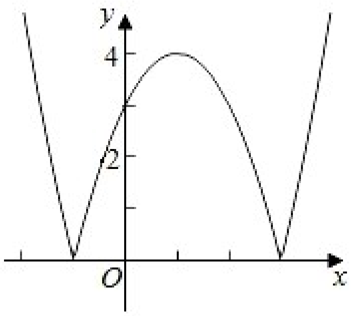
n（B）＝4；

当 $a-1=4$，即 $a=5$ 时，方程$|x^2-2x-3|=a-1$ 解的个数为 3，n（B）＝3；

当 $a-1>4$，即 $a>5$ 时，方程$|x^2-2x-3|=a-1$ 解的个数为 2，n（B）＝2．

由 A•B＝2，可得 $a>5$ 或 $a\leqslant 1$．

故答案为：（﹣∞，1]∪（5，+∞）．



三、解答题

17．已知全集为 R，集合 $A=\{x|x^2-5x+6\geqslant 0\}$，集合 $B=\{x||x+1|<3\}$．求：

（Ⅰ）$A\cup B$；

（Ⅱ）（$\complement_R A$）$\cap B$.

【分析】（Ⅰ）求出 A 与 B 中不等式的解集确定出 A 与 B，求出 A 与 B 的并集即可；

（Ⅱ）根据全集 **R** 求出 A 的补集，找出 A 补集与 B 的交集即可.

解：$\because A=\{x|x^2-5x+6\geqslant 0\}=\{x|x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 3\}$，$B=\{x||x+1|<3\}=\{x|-4<x<2\}$，

$\therefore$（$\complement_R A$）$=\{x|2<x<3\}$，

（Ⅰ）$A\cup B=\{x|x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 3\}$；

（Ⅱ）（$\complement_R A$）$\cap B=\varnothing$.

18．已知集合 $A=\{x|\dfrac{x+1}{x-3}\leqslant 0\}$，$B=\{x|x^2-(m-1)x+m-2\leqslant 0\}$.

（1）若 $A\cup[a,b]=[-1,4]$，求实数 a，b 满足的条件；

（2）若 $A\cup B=A$，求实数 m 的取值范围.

【分析】本题涉及知识点：分式不等式和含参的一元二次不等式的解法，集合的并集运算.

解：（1）$\because A=\{x|\dfrac{x+1}{x-3}\leqslant 0\}=\{x|-1\leqslant x<3\}$；$A\cup[a,b]=[-1,4]$，

$\therefore$ 由数形结合知 $b=4$，$-1\leqslant a\leqslant 3$.

（2）$\because B=\{x|x^2-(m-1)x+m-2\leqslant 0\}=\{x|(x-1)(x-(m-2))\leqslant 0\}$．$A\cup B=A$

$\therefore B\subseteq A$，

$\therefore$ 分情况讨论①$m-2<1$，即 $m<3$ 时$\begin{cases}m-2\geqslant -1\\ m-2<1\end{cases}$得 $1\leqslant m<3$；

②若 $m-2=1$，即 $m=3$，B 中只有一个元素 1 符合题意；

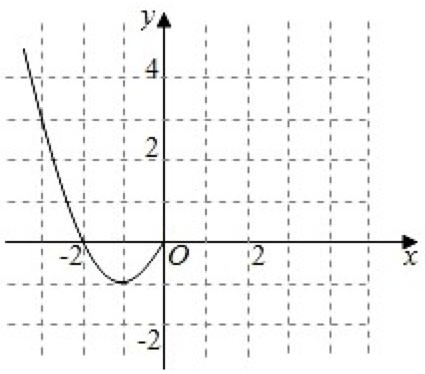
③若 $m-2>1$，即 $m>3$ 时$\begin{cases}m-2<3\\ m-2>1\end{cases}$得 $3<m<5$，$\therefore 3<m<5$，

$\therefore$ 综上 $1\leqslant m<5$.

19．已知函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，且当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=x^2+2x$，现已画出函数 $f(x)$ 在 y 轴左侧的图象，如图所示，请根据图象.

（1）补充完整图像，写出函数 $f(x)$（$x\in$**R**）的解析式和其单调区间；

（2）若函数 $g(x)=f(x)-2ax+1$（$x\in[1,2]$），求函数 $g(x)$ 的最小值.



【分析】（1）由 $x>0$，可得 $-x<0$，运用已知函数解析式和偶函数的定义可得解析式，作出函数的图象，由此分析单调性可得答案；

（2）根据题意，求得 $g(x)$ 的解析式，以及对称轴，讨论区间[1，2]与对称轴的关系，结合单调性可得最小值.

解：（1）根据题意，当 $x>0$ 时，$-x<0$，可得 $f(-x)=(-x)^2-2x=x^2-2x$，

函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，可得 $f(x)=f(-x)=x^2-2x$，

则 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x, & x\leqslant 0\\ x^2-2x, & x>0\end{cases}$；函数图象如图：

其递减区间为（$-\infty$，-1）、（0，1），递增区间为（-1，0）、（1，$+\infty$）；

（2）当 $x\in[1,2]$ 时，$g(x)=x^2-2x-2ax+1=(x-1-a)^2-a^2-2a$，

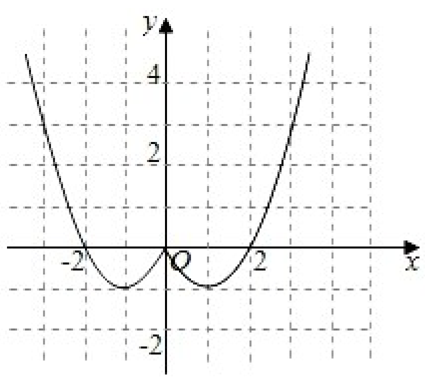
对称轴为 $x=1+a$，

当 $1+a\leqslant 1$，即 $a\leqslant 0$ 时，$g(x)$ 在[1，2]递增，可得 $g(1)$ 为最小值，且为 $-2a$；

当 $1+a\geqslant 2$，即 $a\geqslant 1$ 时，$g(x)$ 在[1，2]递减，可得 $g(2)$ 为最小值，且为 $1-4a$；

当 $1<1+a<2$，即 $0<a<1$ 时，$g(x)$ 的最小值为 $g(1-a)$，且为 $-a^2-2a$，

故 $g(x)_{min}=\begin{cases}-2a, & a\leqslant 0\\ -a^2-2a, & 0<a<1\\ 1-4a, & a\geqslant 1\end{cases}$.



20．某旅游区提倡低碳生活，在景区提供自行车出租．该景区有 50 辆自行车供游客租赁使

用，管理这些自行车的费用是每日 115 元．根据经验，若每辆自行车的日租金不超过 6 元，则自行车可以全部租出；若超出 6 元，则每超过 1 元，租不出的自行车就增加 3 辆．为了便于结算，每辆自行车的日租金 x（元）只取整数，并且要求出租自行车一日的总收入必须高于这一日的管理费用，用 y（元）表示出租自行车的日净收入（即一日中出租自行车的总收入减去管理费用后的所得）．

（1）求函数 $y=f(x)$ 的解析式及其定义域；

（2）试问当每辆自行车的日租金定为多少元时，才能使一日的净收入最多？

【分析】（1）利用函数关系建立各个取值范围内的净收入与日租金的关系式，写出该分段函数，是解决该题的关键，注意实际问题中的自变量取值范围；

（2）利用一次函数，二次函数的单调性解决该最值问题是解决本题的关键．注意自变量取值区间上的函数类型．应取每段上最大值的较大的即为该函数的最大值．

解：（1）当 $x\leqslant 6$ 时，$y=50x-115$，令 $50x-115>0$，

解得 $x>2.3$．

$\because x\in\mathbf{N}^*$，$\therefore x\geqslant 3$，$\therefore 3\leqslant x\leqslant 6$，$x\in\mathbf{N}^*$，

当 $x>6$ 时，$y=[50-3(x-6)]x-115$．

令$[50-3(x-6)]x-115>0$，有 $3x^2-68x+115<0$，

上述不等式的整数解为 $2\leqslant x\leqslant 20$（$x\in\mathbf{N}^*$），

$\therefore 6<x\leqslant 20$（$x\in\mathbf{N}^*$）．

故 $y=\begin{cases}50x-115 & (3\leqslant x\leqslant 6\ \ x\in N^*)\\ -3x^2+68x-115 & (6<x\leqslant 20\ \ x\in N^*)\end{cases}$，

定义域为$\{x|3\leqslant x\leqslant 20，x\in\mathbf{N}^*\}$．

（2）对于 $y=50x-115$（$3\leqslant x\leqslant 6$，$x\in\mathbf{N}^*$）．

显然当 $x=6$ 时，$y_{max}=185$（元），

对于 $y=-3x^2+68x-115=-3\left(x-\frac{34}{3}\right)^2+\frac{811}{3}$（$6<x\leqslant 20$，$x\in\mathbf{N}^*$）．

当 $x=11$ 时，$y_{max}=270$（元）．

$\because 270>185$，

$\therefore$当每辆自行车的日租金定在 11 元时，才能使一日的净收入最多．

21．设关于 x 的方程 $x^2-mx-1=0$ 有两个实根 α，β，且 α＜β．定义函数$f(x)=\frac{2x-m}{x^2+1}$．

（1）当 $\alpha=-1$，$\beta=1$ 时，判断 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的单调性，并加以证明；

（2）求 $\alpha f(\alpha)+\beta f(\beta)$ 的值．

【分析】（1）根据韦达定理，由 $\alpha=-1$，$\beta=1$，可求出 m 值，进而求出函数 $f(x)$ 的解析式，根据函数单调性的定义可得答案．

（2）由 α，β 是方程 $x^2-mx-1=0$ 的两个实根，根据韦达定理可得 $\begin{cases}\alpha+\beta=m\\ \alpha\cdot\beta=-1\end{cases}$，代入分别求出 $f(\alpha)$，$f(\beta)$ 的值，进而可求 $\alpha f(\alpha)+\beta f(\beta)$ 的值．

解：（1）∵$\alpha=-1$，$\beta=1$，

由韦达定理可得：$m=\alpha+\beta=0$

$\therefore f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ - - - - - -

设 $x_1<x_2$，

$f(x_2)-f(x_1)=\dfrac{2x_2}{x_2^2+1}-\dfrac{2x_1}{x_1^2+1}=\dfrac{2x_2\cdot(x_1^2+1)-2x_1(x_2^2+1)}{(x_2^2+1)(x_1^2+1)}=\dfrac{2(x_2-x_1)(1-x_1x_2)}{(x_2^2+1)(x_1^2+1)}$

∵$(x_2-x_1)>0$，

当 x_2，$x_1>1$ 时，$(1-x_1x_2)<0$，此时 $f(x_2)-f(x_1)<0$，函数为减函数，

当 $-1<x_2$，$x_1<1$ 时，$(1-x_1x_2)>0$，此时 $f(x_2)-f(x_1)>0$，函数为增函数，

当 x_2，$x_1<-1$ 时，$(1-x_1x_2)<0$，此时 $f(x_2)-f(x_1)<0$，函数为减函数，

（2）∵α，β 是方程 $x^2-mx-1=0$ 的两个实根，

$\therefore\begin{cases}\alpha+\beta=m\\ \alpha\cdot\beta=-1\end{cases}$．

$\therefore f(\alpha)=\dfrac{2\alpha-m}{\alpha^2+1}=\dfrac{2\alpha-(\alpha+\beta)}{\alpha^2-\alpha\beta}=\dfrac{\alpha-\beta}{\alpha(\alpha-\beta)}=\dfrac{1}{\alpha}$，

同理 $f(\beta)=\dfrac{1}{\beta}$，

$\therefore\alpha f(\alpha)+\beta f(\beta)=\alpha\cdot\dfrac{1}{\alpha}+\beta\cdot\dfrac{1}{\beta}=1+1=2$．

22．定义域为 **R** 的函数 $f(x)$ 满足：对于任意的实数 x，y 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 成立，且当 $x<0$ 时，$f(x)>0$ 恒成立，且 $nf(x)=f(nx)$．（n 是一个给定的正整数）．

（1）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并证明你的结论；

（2）证明 $f(x)$ 为减函数；若函数 $f(x)$ 在$[-2,5]$上总有 $f(x)\leqslant 10$ 成立，试确定 $f(1)$ 应满足的条件；

（3）当 $a<0$ 时，解关于 x 的不等式 $\dfrac{1}{n}f(ax^2)-nf(x)>\dfrac{1}{n}f(a^2x)-nf(a)$．

【分析】（1）利用函数奇偶性的定义，结合抽象函数关系，利用赋值法进行证明

（2）结合函数单调性的定义以及最值函数成立问题进行证明即可

（3）利用抽象函数关系，结合函数奇偶性和单调性定义转化为一元二次不等式，讨论参数的范围进行求解即可

解：（1）$f(x)$ 为奇函数，证明如下；

由已知对于任意实数 x，y 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 恒成立.

令 $x=y=0$，得 $f(0+0)=f(0)+f(0)$

所以 $f(0)=0$.

令 $y=-x$，得 $f(x-x)=f(x)+f(-x)=0$.

所以对于任意 x，都有 $f(-x)=-f(x)$.

所以 $f(x)$ 是奇函数.

（2）设任意 x_1，x_2 且 $x_1<x_2$，则 $x_2-x_1>0$，由已知 $f(x_2-x_1)<0$，

又 $f(x_2-x_1)=f(x_2)+f(-x_1)=f(x_2)-f(x_1)<0$

得 $f(x_2)<f(x_1)$，

根据函数单调性的定义知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数.

所以 $f(x)$ 在$[-2,5]$上的最大值为 $f(-2)$.

要使 $f(x)\leqslant 10$ 恒成立，当且仅当 $f(-2)\leqslant 10$，

又因为 $f(-2)=-f(2)=-f(1+1)=-2f(1)$

所以 $f(1)\geqslant -5$.

又 $x>1$，$f(x)<0$，

所以∈$[-5,0)$.

（3）$\because \frac{1}{n}f(ax^2)-nf(x)>\frac{1}{n}f(a^2x)-nf(a)$.，

$\therefore f(ax^2)-f(a^2x)>n^2[f(x)-f(a)]$.

所以 $f(ax^2-a^2x)>n^2f(x-a)$，

所以 $f(ax^2-a^2x)>f[n^2(x-a)]$，

因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数，

所以 $ax^2-a^2x<n^2(x-a)$.

即 $(x-a)(ax-n^2)<0$，

因为 $a<0$，所以 $(x-a)(x-\frac{n^2}{a})>0$.

讨论：

①当 $a<\frac{n^2}{a}<0$，即 $a<-n$ 时，原不等式的解集为$\{x|x>\frac{n^2}{a}$或 $x<a\}$；

②当 $a=\frac{n^2}{a}$，即 $a=-n$ 时，原不等式的解集为$\{x|x\neq-n\}$；

③当$\frac{n^2}{a}<a<0$，即$-n<a<0$ 时，原不等式的解集为$\{x|x>a$ 或 $x<\frac{n^2}{a}\}$.